

令和2年度 後期選抜 学力検査

# 数 学

## 問 題 用 紙

(注意事項)

- 1 始めの指示があるまでは、開いてはいけません。
- 2 答えは、全て解答用紙に書きなさい。
- 3 検査問題は、大問5題で、1ページから10ページまで印刷されています。  
検査開始後に、印刷のはっきりしないところや、ページが抜けているところがあれば、手を挙げなさい。
- 4 解答用紙だけ提出し、問題用紙は持ち帰りなさい。

1 次の(1)~(6)の問いに答えなさい。

(1)  $6 \times (-3)$  を計算しなさい。

(2)  $9 - (-4)^2 \times \frac{5}{8}$  を計算しなさい。

(3)  $a^2b \times 21b \div 7a$  を計算しなさい。

(4) 連立方程式  $\begin{cases} 0.2x + 1.5y = 4 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$  を解きなさい。

(5)  $\frac{12}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$  を計算しなさい。

(6) 二次方程式  $x^2 + 5x + 5 = 0$  を解きなさい。

2 次の(1)~(5)の問いに答えなさい。

(1) ある美術館の入館料は、おとな1人が $a$ 円、中学生1人が $b$ 円である。

このとき、不等式 $2a + 3b > 2000$ が表している数量の関係として最も適当なものを、次のア~エのうちから1つ選び、符号で答えなさい。

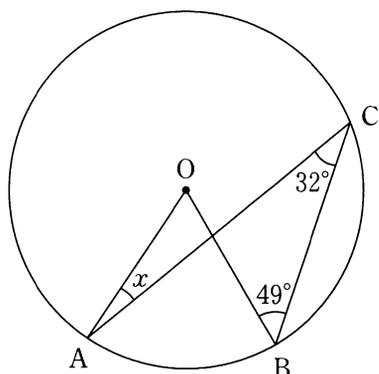
- ア おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円より安い。
- イ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円より高い。
- ウ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円以下である。
- エ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円以上である。

(2) 右の表は、あるクラスの生徒30人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。

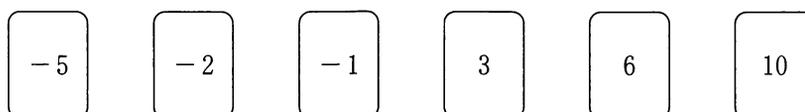
この30人のハンドボール投げの記録の最頻値さいひんち(モード)を求めなさい。

階級(m)	度数(人)
以上 未満	
10 ~ 15	4
15 ~ 20	7
20 ~ 25	9
25 ~ 30	8
30 ~ 35	2
計	30

- (3) 下の図で、3点A, B, Cは円Oの円周上にある。 $\angle ACB = 32^\circ$ ,  $\angle OBC = 49^\circ$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (4) 下の図のように、 $-5$ ,  $-2$ ,  $-1$ ,  $3$ ,  $6$ ,  $10$ の整数が1つずつ書かれた6枚のカードがある。この6枚のカードをよくきって、同時に2枚ひく。  
 このとき、ひいた2枚のカードに書かれた数の平均値が、自然数になる確率を求めなさい。  
 ただし、どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。



(5) 図1は、点Oを頂点とし、線分ABを底面の直径とする円錐である。母線OBの中点をPとする。点Aから円錐の側面にそって、点Pを通るように糸を1周巻きつけて点Aに戻す。

図2は、この円錐の側面の展開図であり、点A'は組み立てたときに点Aと重なる点である。

点Pを通る糸の長さが最も短くなる時、その糸のようすを図2に作図しなさい。また、点Pの位置を示す文字Pも書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図1

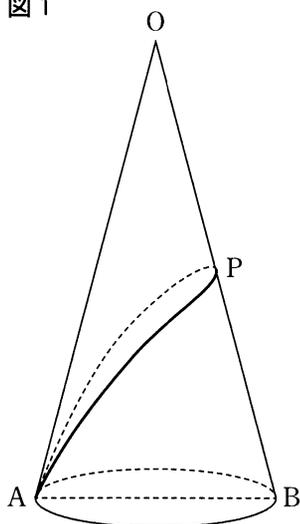
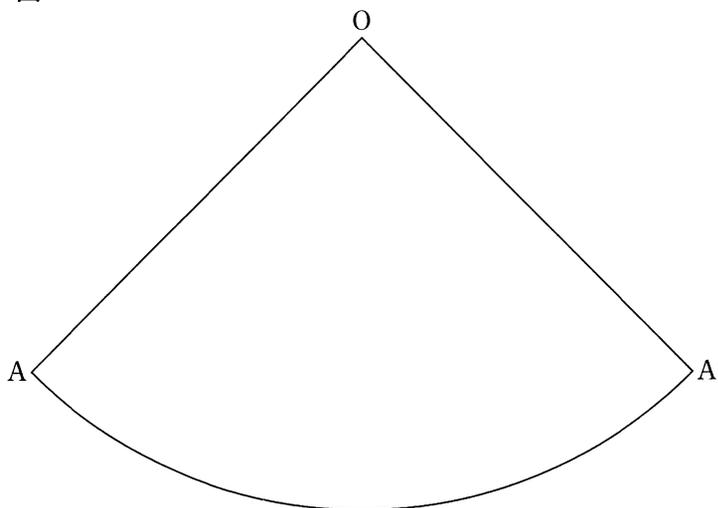


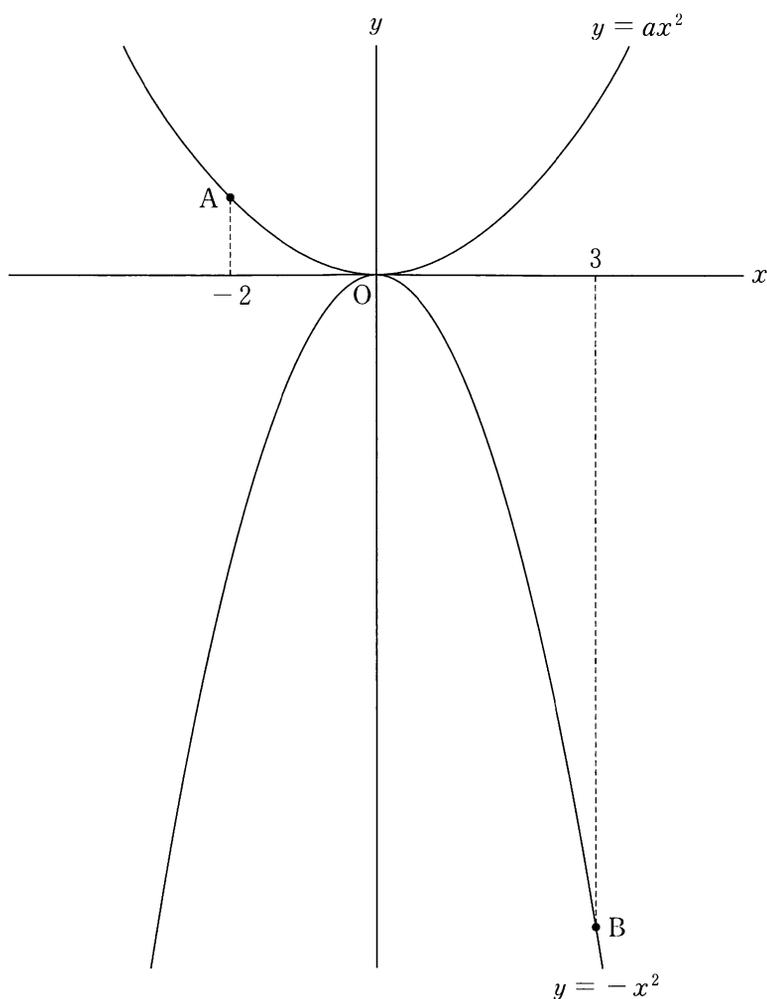
図2



3 下の図のように、関数  $y = ax^2$  のグラフと、関数  $y = -x^2$  のグラフがある。関数  $y = ax^2$  のグラフ上に  $x$  座標が  $-2$  の点 A があり、関数  $y = -x^2$  のグラフ上に  $x$  座標が  $3$  の点 B がある。点 A の  $y$  座標が、点 B の  $y$  座標より  $10$  大きいとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

ただし、 $a > 0$  とする。

また、原点  $O$  から点  $(1, 0)$  までの距離及び原点  $O$  から点  $(0, 1)$  までの距離をそれぞれ  $1\text{ cm}$  とする。



(1)  $a$  の値を求めなさい。

(2) 2点 A, B を通る直線と,  $x$  軸との交点を C とする。

このとき, 次の①, ②の問いに答えなさい。

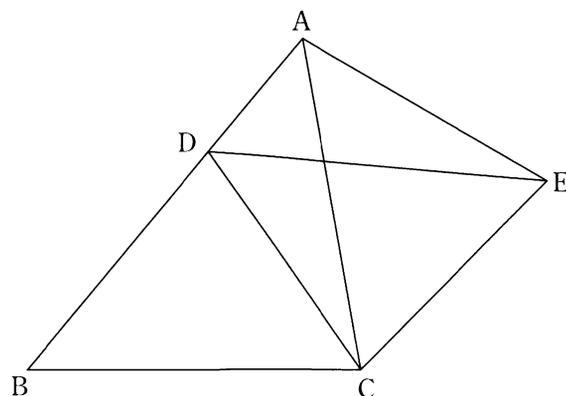
① 点 C の  $x$  座標を求めなさい。

②  $\triangle OAC$  を,  $y$  軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし, 円周率は  $\pi$  を用いることとする。

- 4 下の図のように、 $AC = BC$  の二等辺三角形  $ABC$  がある。辺  $AB$  上に 2 点  $A, B$  と異なる点  $D$  をとり、 $\angle BCA = \angle DCE$ ,  $CD = CE$  となるように点  $E$  をとる。ただし、辺  $AC$  と線分  $DE$  は交わるものとする。また、点  $A$  と点  $E$  を結ぶ。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。



- (1) 直線  $AC$  が  $\angle BAE$  の二等分線となることの証明を、次ページの  の中に途中まで示してある。

(a)  ,  (b)  に入る最も適当なものを、次ページの選択肢のア～カのうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 (c)  には証明の続きを書き、証明を完成させなさい。

ただし、 の中の①～⑤に示されている関係を使う場合、番号の①～⑤を用いてもかまわないものとする。

証明

$\triangle BCD$  と  $\triangle ACE$  において、

仮定より、  $BC = AC$  ……①

$CD = CE$  ……②

$\angle BCA = \angle DCE$  ……③

また、

$\angle BCD = \angle BCA - \boxed{\text{(a)}}$

$\angle ACE = \angle DCE - \boxed{\text{(a)}}$

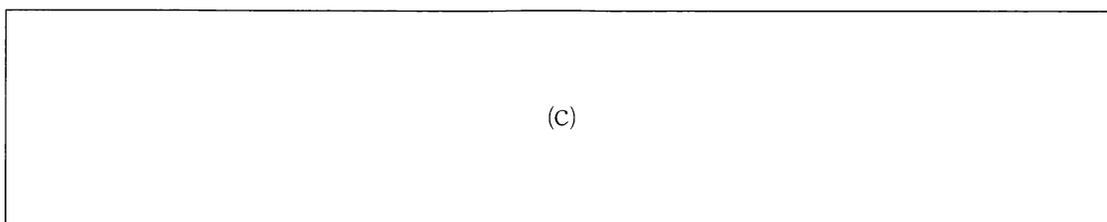
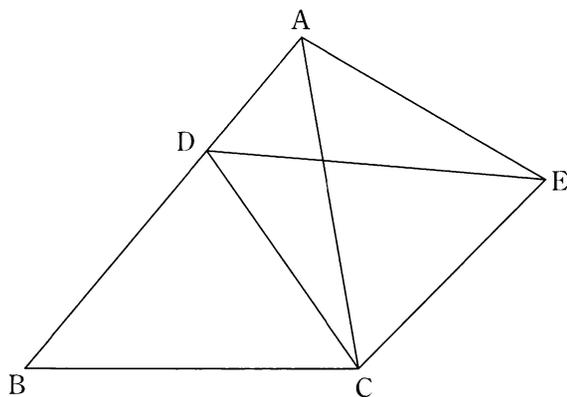
であるから、③より、

$\angle BCD = \angle ACE$  ……④

①, ②, ④より、

$\boxed{\text{(b)}}$  がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCD \equiv \triangle ACE$  ……⑤



選択肢

ア  $\angle BCE$

イ  $\angle DAC$

ウ  $\angle DCA$

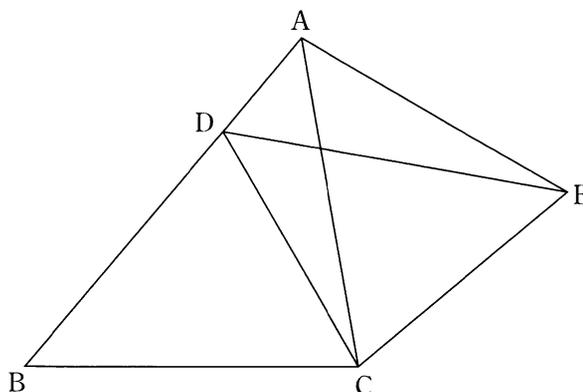
エ 3組の辺

オ 2組の辺とその間の角

カ 1組の辺とその両端の角

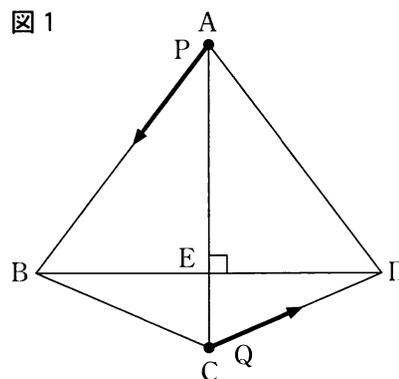
(2)  $\angle CAE = 50^\circ$ ,  $\angle ACD = 20^\circ$ ,  $CD = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = a \text{ cm}$  とする。

このとき、 $\triangle ACE$  の面積を、 $a$  を用いて表しなさい。



5 図1は、 $AB = AD$ ,  $CB = CD$  の四角形  $ABCD$  であり、  
 線分  $AC$  と線分  $BD$  の交点を  $E$  とすると、 $AC \perp BD$ ,  
 $BE = DE$  が成り立つ。また、 $BD = 24 \text{ cm}$  とする。

図1



点  $P$  は頂点  $A$  を出発し、辺  $AB$  上を一定の速さで移動する。点  $Q$  は点  $P$  が出発してから1秒後に頂点  $C$  を出発し、辺  $CD$  上を一定の速さで移動する。点  $P$  は、頂点  $B$  に到着後、向きを変え頂点  $A$  に向かって移動し、頂点  $A$  に到着後、また向きを変え頂点  $B$  に向かって移動する。

点  $Q$  は、頂点  $D$  に到着後、向きを変え頂点  $C$  に向かって移動し、頂点  $C$  に到着後、また向きを変え頂点  $D$  に向かって移動する。2点  $P, Q$  とも、この動きをくり返す。

図2, 図3は、点  $P$  が頂点  $A$  を出発してからの時間と、線分  $AP$  の長さ、線分  $CQ$  の長さの関係を、それぞれグラフに表したものである。

このとき、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

図2

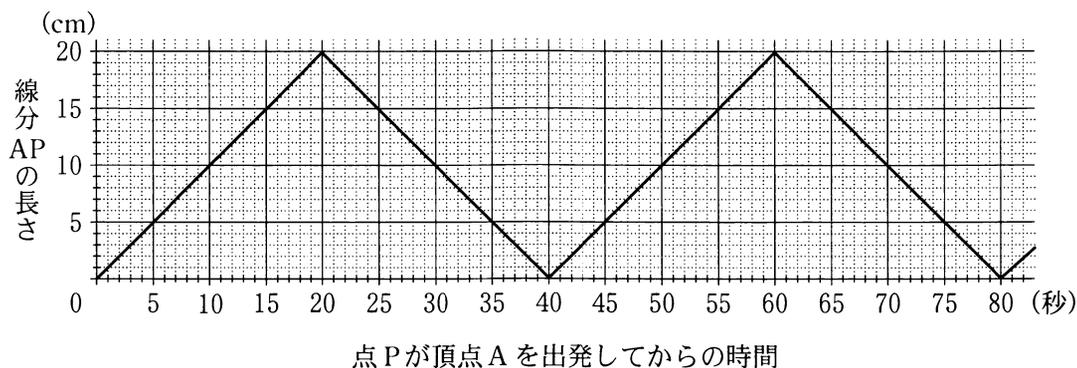
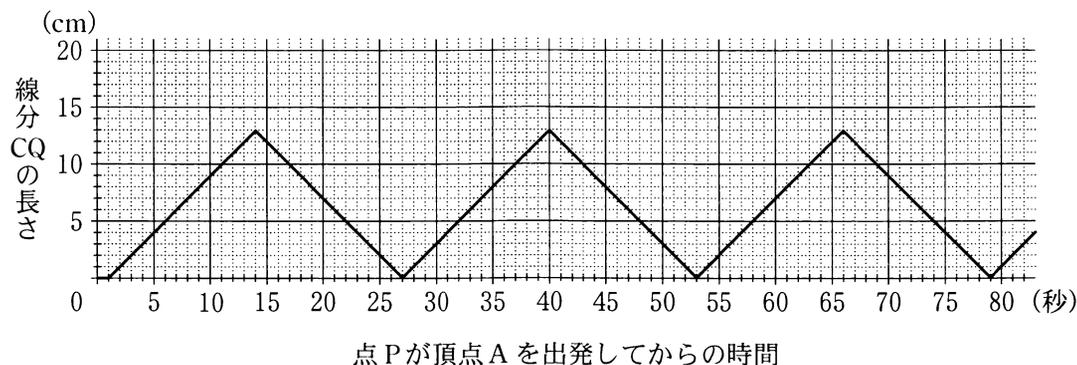


図3



(1) 点  $P$  が、はじめて頂点  $B$  に到着するのは、点  $P$  が頂点  $A$  を出発してから何秒後か求めなさい。

(2) 四角形 PBCQ の面積が、はじめて最大となるのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

ただし、点 P が頂点 B にあるとき、点 Q が頂点 C にあるときには、考えないこととする。

(3) 線分 AC の長さを求めなさい。

(4) 点 P が頂点 A を出発してから  $x$  秒後の  $\triangle APC$  の面積を  $S \text{ cm}^2$ 、 $\triangle AQC$  の面積を  $T \text{ cm}^2$  とする。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

ただし、点 P が頂点 A にあるときは  $S = 0$ 、点 Q が頂点 C にあるときは  $T = 0$  とする。

①  $0 \leq x \leq 20$  のとき、 $S$  を  $x$  を用いて表しなさい。

②  $14 \leq x \leq 20$  のとき、 $S = T$  となる  $x$  の値を求めなさい。

問題番号	正 解				配 点 及 び 注 意		計
1	(1)	- 18	(2)	- 1	各 5		30
	(3)	$3ab^2$	(4)	$x = 5, y = 2$			
	(5)	$-8\sqrt{3}$	(6)	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$			
2	(1)	イ	(2)	22.5 (m)	各 6	(5) 異なる作図の方法でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。	30
	(3)	17 (度)	(4)	$\frac{4}{15}$			
	(5)						
3	(1)	$a = \frac{1}{4}$			4		10
	(2)	① $-\frac{3}{2}$			② $\frac{7}{4}\pi$ (cm <sup>3</sup> )		

問題番号	正		解		配点及び注意	計	
4	(a)	ウ	(b)	オ	各2	(1)(c) 異なる証明でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。	15
	(1)	(c) ⑤より、 $\angle DBC = \angle EAC$ ……⑥ $\triangle ABC$ は、 $AC = BC$ の二等辺三角形であるから、 $\angle BAC = \angle DBC$ ……⑦ ⑥、⑦より、 $\angle BAC = \angle EAC$ したがって、 直線 $AC$ は $\angle BAE$ の二等分線である。		6			
	(2)	$\sqrt{3}a$ (cm <sup>2</sup> )		5			
5	(1)	20 (秒後)		/	3	15	
	(2)	40 (秒後)			3		
	(3)	21 (cm)			3		
	(4)	①	$S = \frac{63}{10}x$		②		$x = \frac{180}{11}$
合 計						100	