

令和2年度 後期選抜 学力検査

数 学

問 題 用 紙

(注意事項)

- 1 始めの指示があるまでは、開いてはいけません。
- 2 答えは、全て解答用紙に書きなさい。
- 3 検査問題は、大問5題で、1ページから10ページまで印刷されています。
検査開始後に、印刷のはっきりしないところや、ページが抜けているところがあれば、手を挙げなさい。
- 4 解答用紙だけ提出し、問題用紙は持ち帰りなさい。

1 次の(1)~(6)の問いに答えなさい。

(1) $6 \times (-3)$ を計算しなさい。

(2) $9 - (-4)^2 \times \frac{5}{8}$ を計算しなさい。

(3) $a^2b \times 21b \div 7a$ を計算しなさい。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 0.2x + 1.5y = 4 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$ を解きなさい。

(5) $\frac{12}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$ を計算しなさい。

(6) 二次方程式 $x^2 + 5x + 5 = 0$ を解きなさい。

2 次の(1)~(5)の問いに答えなさい。

(1) ある美術館の入館料は、おとな1人が a 円、中学生1人が b 円である。

このとき、不等式 $2a + 3b > 2000$ が表している数量の関係として最も適当なものを、次のア~エのうちから1つ選び、符号で答えなさい。

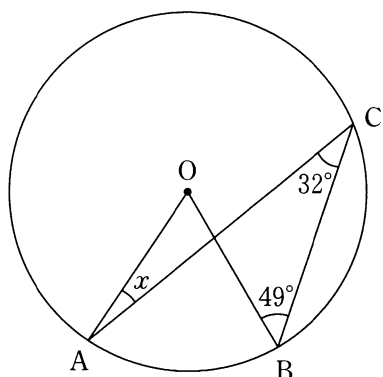
- ア おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円より安い。
- イ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円より高い。
- ウ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円以下である。
- エ おとな2人と中学生3人の入館料の合計は、2000円以上である。

(2) 右の表は、あるクラスの生徒30人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。

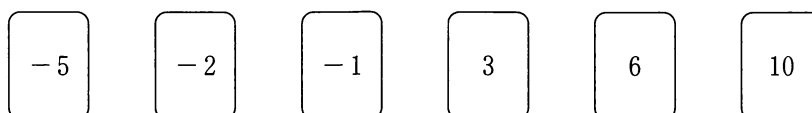
この30人のハンドボール投げの記録の最頻値さいひんち(モード)を求めなさい。

階級(m)	度数(人)
以上 未満	
10 ~ 15	4
15 ~ 20	7
20 ~ 25	9
25 ~ 30	8
30 ~ 35	2
計	30

- (3) 下の図で、3点A, B, Cは円Oの円周上にある。 $\angle ACB = 32^\circ$, $\angle OBC = 49^\circ$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (4) 下の図のように、 $-5, -2, -1, 3, 6, 10$ の整数が1つずつ書かれた6枚のカードがある。この6枚のカードをよくきって、同時に2枚ひく。
 このとき、ひいた2枚のカードに書かれた数の平均値が、自然数になる確率を求めなさい。
 ただし、どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。



(5) 図1は、点Oを頂点とし、線分ABを底面の直径とする円錐である。母線OBの中点をPとする。点Aから円錐の側面にそって、点Pを通るように糸を1周巻きつけて点Aに戻す。

図2は、この円錐の側面の展開図であり、点A'は組み立てたときに点Aと重なる点である。

点Pを通る糸の長さが最も短くなる時、その糸のようすを図2に作図しなさい。また、点Pの位置を示す文字Pも書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図1

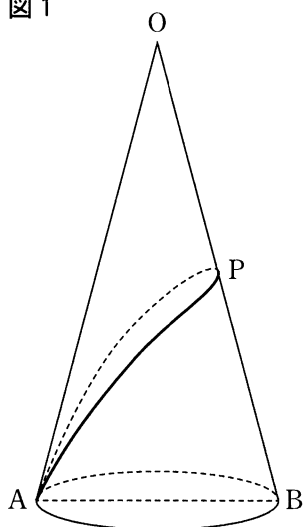
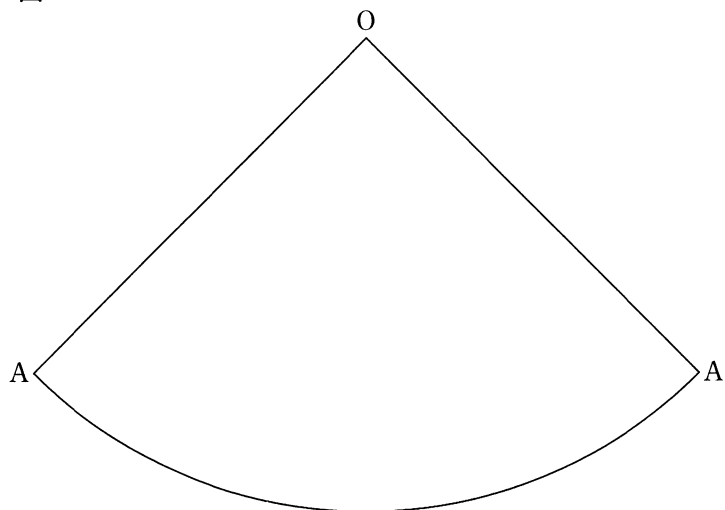


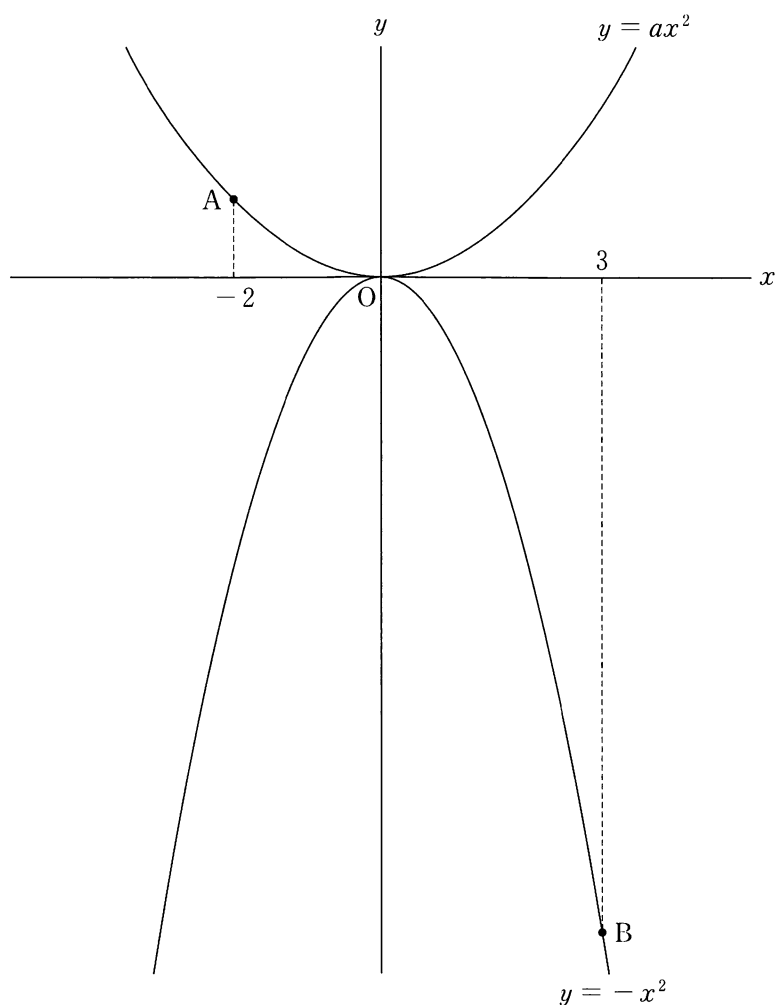
図2



3 下の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと、関数 $y = -x^2$ のグラフがある。関数 $y = ax^2$ のグラフ上に x 座標が -2 の点 A があり、関数 $y = -x^2$ のグラフ上に x 座標が 3 の点 B がある。点 A の y 座標が、点 B の y 座標より 10 大きいとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

ただし、 $a > 0$ とする。

また、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm とする。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 2点 A, B を通る直線と, x 軸との交点を C とする。

このとき, 次の①, ②の問いに答えなさい。

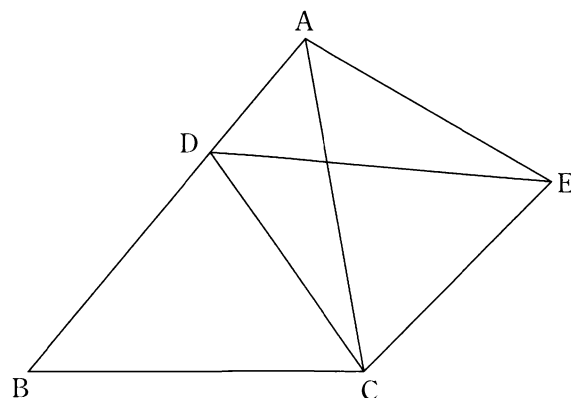
① 点 C の x 座標を求めなさい。

② $\triangle OAC$ を, y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし, 円周率は π を用いることとする。

- 4 下の図のように、 $AC = BC$ の二等辺三角形 ABC がある。辺 AB 上に 2 点 A, B と異なる点 D をとり、 $\angle BCA = \angle DCE$, $CD = CE$ となるように点 E をとる。ただし、辺 AC と線分 DE は交わるものとする。また、点 A と点 E を結ぶ。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。



- (1) 直線 AC が $\angle BAE$ の二等分線となることの証明を、次ページの の中に途中まで示してある。

(a) , (b) に入る最も適当なものを、次ページの選択肢のア～カのうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 (c) には証明の続きを書き、証明を完成させなさい。

ただし、 の中の①～⑤に示されている関係を使う場合、番号の①～⑤を用いてもかまわないものとする。

証明

$\triangle BCD$ と $\triangle ACE$ において,

仮定より, $BC = AC$ ……①

$CD = CE$ ……②

$\angle BCA = \angle DCE$ ……③

また,

$\angle BCD = \angle BCA - \boxed{\text{(a)}}$

$\angle ACE = \angle DCE - \boxed{\text{(a)}}$

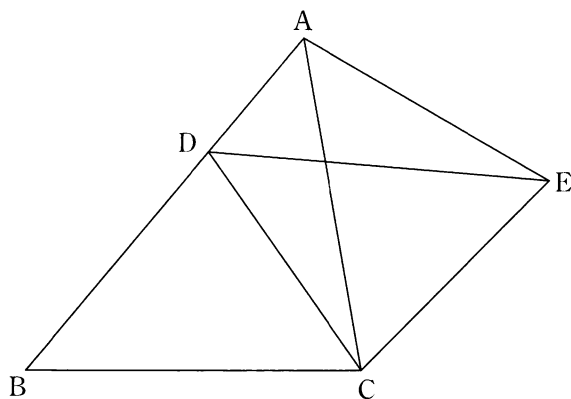
であるから, ③より,

$\angle BCD = \angle ACE$ ……④

①, ②, ④より,

$\boxed{\text{(b)}}$ がそれぞれ等しいので,

$\triangle BCD \equiv \triangle ACE$ ……⑤



(c)

選択肢

ア $\angle BCE$

イ $\angle DAC$

ウ $\angle DCA$

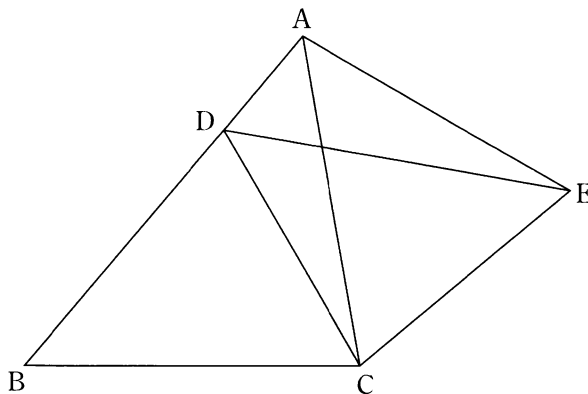
エ 3組の辺

オ 2組の辺とその間の角

カ 1組の辺とその両端の角

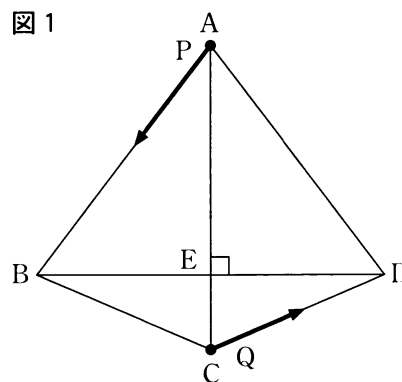
(2) $\angle CAE = 50^\circ$, $\angle ACD = 20^\circ$, $CD = 4 \text{ cm}$, $AC = a \text{ cm}$ とする。

このとき, $\triangle ACE$ の面積を, a を用いて表しなさい。



5 図1は、 $AB = AD$, $CB = CD$ の四角形 $ABCD$ であり、
 線分 AC と線分 BD の交点を E とすると、 $AC \perp BD$,
 $BE = DE$ が成り立つ。また、 $BD = 24 \text{ cm}$ とする。

図1



点 P は頂点 A を出発し、辺 AB 上を一定の速さで移動する。点 Q は点 P が出発してから1秒後に頂点 C を出発し、辺 CD 上を一定の速さで移動する。点 P は、頂点 B に到着後、向きを変え頂点 A に向かって移動し、頂点 A に到着後、また向きを変え頂点 B に向かって移動する。

点 Q は、頂点 D に到着後、向きを変え頂点 C に向かって移動し、頂点 C に到着後、また向きを変え頂点 D に向かって移動する。2点 P, Q とも、この動きをくり返す。

図2, 図3は、点 P が頂点 A を出発してからの時間と、線分 AP の長さ、線分 CQ の長さの関係を、それぞれグラフに表したものである。

このとき、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

図2

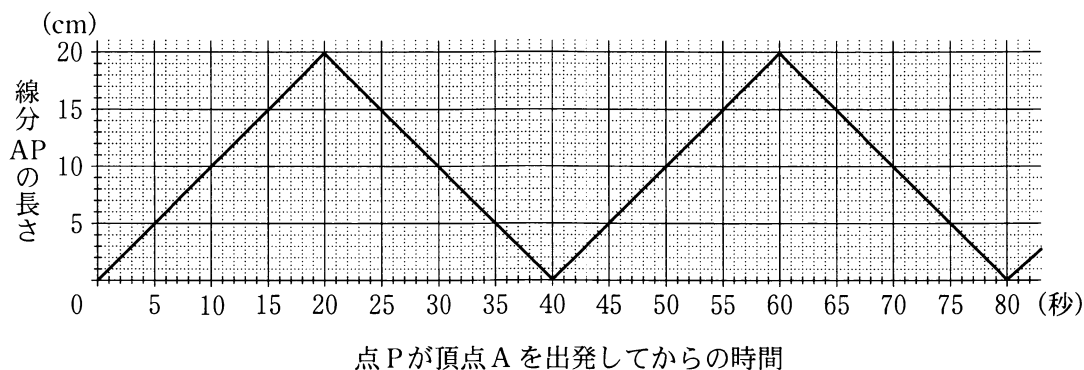
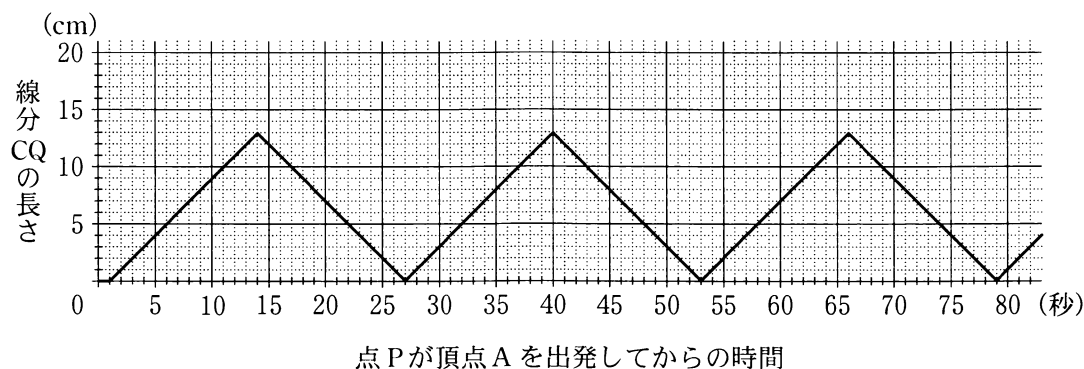


図3



(1) 点 P が、はじめて頂点 B に到着するのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

(2) 四角形 PBCQ の面積が、はじめて最大となるのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

ただし、点 P が頂点 B にあるとき、点 Q が頂点 C にあるときについては、考えないこととする。

(3) 線分 AC の長さを求めなさい。

(4) 点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APC$ の面積を $S \text{ cm}^2$ 、 $\triangle AQC$ の面積を $T \text{ cm}^2$ とする。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

ただし、点 P が頂点 A にあるときは $S = 0$ 、点 Q が頂点 C にあるときは $T = 0$ とする。

① $0 \leq x \leq 20$ のとき、 S を x を用いて表しなさい。

② $14 \leq x \leq 20$ のとき、 $S = T$ となる x の値を求めなさい。

問題 番号	正 解				配 点 及 び 注 意	計
1	(1)	- 18	(2)	- 1	各 5	30
	(3)	$3ab^2$	(4)	$x = 5, y = 2$		
	(5)	$-8\sqrt{3}$	(6)	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$		
2	(1)	イ	(2)	22.5 (m)	各 6	30
	(3)	17 (度)	(4)	$\frac{4}{15}$		
	(5)			<p>(5) 異なる作図の方法でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。</p>		
3	(1)	$a = \frac{1}{4}$		4	各 3	10
	(2)	①	$-\frac{3}{2}$	②		

問題番号	正		解		配点及び注意	計
4	(a)	ウ	(b)	オ	各2	(1)(c) 異なる証明でも、正しければ、6点を与える。 また、部分点を与えるときは、3点とする。
	(1)	(c) ⑤より、 $\angle DBC = \angle EAC$ ……⑥ $\triangle ABC$ は、 $AC = BC$ の二等辺三角形であるから、 $\angle BAC = \angle DBC$ ……⑦ ⑥、⑦より、 $\angle BAC = \angle EAC$ したがって、 直線 AC は $\angle BAE$ の二等分線である。		6	15	
	(2)	$\sqrt{3}a$ (cm ²)		5		
5	(1)	20 (秒後)		/	3	15
	(2)	40 (秒後)			3	
	(3)	21 (cm)			3	
	(4)	①	$S = \frac{63}{10}x$		②	
合					計	100