

## 正 答 表

## 数 学

1		
[問 1]	$\frac{5\sqrt{6}}{14}$	5
[問 2]	-5, 0	5
[問 3]	$x = -4, y = 3$	5
[問 4]	$\frac{1}{4}$	5
[問 5]		5

2		
[問 1]	3	5
[問 2]	(1) 【途中の式や計算など】	12
$P(t, at^2)$ ( $0 < t < 2$ ) とする。 $\triangle APQ = 18$ より, $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 4a \times (2-t) = 18 \dots \dots \dots \textcircled{1}$ 点Pは $\ell$ 上の点より, $at^2 = -t + 2$ $2 - t = at^2 \dots \dots \dots \textcircled{2}$		
$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より, $\frac{1}{2} \times 4a \times at^2 = 18$ $a^2 t^2 = 9$ $(at)^2 = 9$ $a > 0, t > 0$ から, $at > 0$ より, $at = 3 \dots \dots \dots \textcircled{3}$		
$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ より, $3t = -t + 2 \quad \therefore t = \frac{1}{2}$		
$\textcircled{3}$ より, $\frac{1}{2}a = 3 \quad \therefore a = 6$		
(答え)		6
[問 2]	(2)	8
$\frac{1 + \sqrt{17}}{8}$		8

	3	
[問 1]	$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ cm	5
[問 2]	$\frac{2\sqrt{3}}{7}$ cm <sup>2</sup>	8
[問 3]	【 証 明 】	12

△UDS と △QBU において、

AD // BC より、平行線の錯角が等しいから、

$$\angle SDU = \angle UBX \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

O と Q, O と S をそれぞれ結ぶ。

AD // BC, OQ ⊥ BC, OS ⊥ AD より、

3 点 Q, O, S は一直線上にある。

△USQ において、QS は円 O の直径だから、

$$\angle SUQ = 90^\circ$$

よって、 $\angle OQU + \angle OUS = 90^\circ \quad \dots \dots \dots \quad ②$

S は接点だから、 $\angle OSD = 90^\circ$

よって、 $\angle OSU + \angle DSU = 90^\circ \quad \dots \dots \dots \quad ③$

OU = OS より、

$$\angle OSU = \angle OUS \quad \dots \dots \dots \quad ④$$

よって、②, ③, ④ より、

$$\angle DSU = \angle OQU$$

すなわち、 $\angle DSU = \angle BUQ \quad \dots \dots \dots \quad ⑤$

したがって、①, ⑤ より、

2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle UDS \sim \triangle QBU$$

	4	
[問 1]	$6\sqrt{2}$ cm	5
[問 2]	【 途中の式や計算など 】	12

$t=8$  のとき、点 P は頂点 D、点 Q は辺 FG の中点である。

四角形 AEHD と四角形 BFGC は平行な面であり、

四角形 PEQR と交わってできる 2 つの交線は平行だから、

$$PE // RQ$$

四角形 PEQR を含む平面と直線 HG との交点を S とする。

HE // GQ より、 $ES : QS = HS : GS = HE : GQ = 2 : 1$

よって、 $HG = GS, EQ = QS$

$PH // RG, HG = GS$  より、

$$PH : RG = PS : RS = HS : GS = 2 : 1$$

よって、 $PR = RS, CR = RG$

次に、△PES の各辺の長さを求める

△PEH において、

$$PE^2 = PH^2 + EH^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80$$

よって、 $PE = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

△CPR において、

$$PR^2 = CP^2 + CR^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

よって、 $PR = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$PS = 2PR = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

△EFQ において、 $EQ^2 = EF^2 + FQ^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

よって、 $EQ = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$ES = 2EQ = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

したがって、△PES は、PE = PS の二等辺三角形である。

P と Q を結ぶと、PQ ⊥ ES であるから、

△PEQ において、 $PQ^2 + EQ^2 = PE^2$  より、 $PQ^2 + 8 = 80$

$PQ^2 = 72$  よって、 $PQ = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

四角形 PEQR の面積を S とすると、

$$S = \triangle PEQ + \triangle PQR$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= 12 + 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

(答え)	18	$\text{cm}^2$
[問 3]	$\frac{136}{3}$	$\text{cm}^3$