

正答表

| 1 | | 点 |
|------|---------------------------------|---|
| (問1) | $\frac{7}{3}$ | 5 |
| (問2) | $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$ | 5 |
| (問3) | $\frac{5}{36}$ | 5 |
| (問4) | ア, エ | 5 |
| (問5) | | 5 |

数 学

| 2 | | 点 |
|------|----------------------------------|----|
| (問1) | $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ | 7 |
| (問2) | 【途中の式や計算など】 | 10 |

$A(t, \frac{t^2}{2}), B(t, -\frac{t^2}{4}), C(-t, -\frac{t^2}{4})$ である。
 直線 l の傾きが 1 だから, $AB=BC$ である。
 ゆえに, $\frac{t^2}{2} + \frac{t^2}{4} = t + t$
 $t(\frac{3}{4}t - 2) = 0$
 $t > 0$ より $t = \frac{8}{3}$ となる。
 したがって, $A(\frac{8}{3}, \frac{32}{9})$ となる。
 $E(0, a)$ とおくと, 直線 l の傾きが 1 だから,
 直線 l の式は, $y = x + a$ となる。
 直線 l が, 点 $A(\frac{8}{3}, \frac{32}{9})$ を通るから, $\frac{32}{9} = \frac{8}{3} + a$
 ゆえに, $a = \frac{8}{9}$ したがって, 点 $E(0, \frac{8}{9})$ である。
 また, 点 $R(2, 2)$ となり, 直線 OF の傾きも 1 より,
 $l \parallel OF$ だから, $\triangle AEF$ の面積は $\triangle AEO$ の面積と等しい。
 $\triangle AEO$ の面積は, $\frac{1}{2} \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{32}{27} \text{cm}^2$

| | | |
|------|-----------------|---------------|
| (答え) | $\frac{32}{27}$ | cm^2 |
|------|-----------------|---------------|

| (問3) | | AG : GB = 3 : 1 | 8 |
|------|--|-----------------|---|
|------|--|-----------------|---|

| 3 | | 点 |
|------|-----------------------|----|
| (問1) | (1) $BF : FE = 5 : 8$ | 7 |
| (問1) | (2) 【証明】 | 10 |

$\triangle ABF$ と $\triangle GEF$ において,
 仮定より, $BF=EF$ …… ①
 対頂角は等しいから, $\angle AFB = \angle GFE$ …… ②
 四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから, $AB \parallel DC$
 よって, $AB \parallel EG$
 平行線の錯角は等しいから
 $\angle ABF = \angle GEF$ …… ③
 ①, ②, ③ より,
 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle ABF \cong \triangle GEF$ …… ④
 次に, $\triangle HAF$ と $\triangle HGF$ において,
 HF は共通 …… ⑤
 $AF \perp BE$ だから, $\angle AFH = \angle GFH = 90^\circ$ …… ⑥
 ④ より, 合同な三角形の対応する辺は等しいから,
 $AF = GF$ …… ⑦
 ⑤, ⑥, ⑦ より,
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle HAF \cong \triangle HGF$

| | | | |
|------|------------------|----|---|
| (問2) | $\frac{4}{9}\pi$ | cm | 8 |
|------|------------------|----|---|

| 4 | | 点 |
|------|------------------|----|
| (問1) | $\frac{100}{99}$ | 7 |
| (問2) | 【途中の式や考え方など】 | 10 |

$(x+e)^2 - (x+f)(x+g) = (x^2 + 2ex + e^2) - (x^2 + gx + fx + fg)$
 $= (2e - f - g)x + (e^2 - fg)$
 花 f さんの計算で正しい答えが出てくるときには, $x \neq 0$ だから
 $2e - f - g = 0$ …… ①
 このとき, $(x+e)^2 - (x+f)(x+g) = e^2 - fg$
 となる。また, ①より, $e = \frac{f+g}{2}$
 これを, $e^2 - fg$ に代入すると
 $e^2 - fg = (\frac{f+g}{2})^2 - fg$
 $= \frac{f^2 + 2fg + g^2 - 4fg}{4}$
 $= \frac{f^2 - 2fg + g^2}{4}$
 $= (\frac{f-g}{2})^2$
 $f > g$ より, $f-g$ は正の数である。
 したがって, $\sqrt{A} = \sqrt{(\frac{f-g}{2})^2} = \frac{f-g}{2}$
 また, ①から, $2e = f+g$ となり, e は自然数より $2e$ が偶数だから,
 $f+g$ は偶数である。
 ゆえに, 【表】の結果を用いて, f と g はともに偶数か,
 ともに奇数のいずれかである。
 f と g がともに偶数のときは $f-g$ は偶数となり,
 f と g がともに奇数のときも $f-g$ は偶数となる。
 したがって, $f-g$ は 2 の倍数であるから $\frac{f-g}{2}$ は自然数となる。

| | | |
|------|----|---|
| (問3) | 49 | 8 |
|------|----|---|