

正 答 表

1		点
[問 1]	16	6
[問 2]	$x = \frac{5}{11}, y = \frac{9}{11}$	6
[問 3]	$\frac{1}{4}$	6
[問 4]		7

  

数 学

2		点
[問 1]	$\frac{17}{8}$	7
[問 2]	【 途中の式や計算など 】	11

点 A の座標は  $(2, 4a)$  である。  
 $3AC=BC$ ,  $AC=4a$  より,  $BC=12a$  となる。  
 また, 点 C の  $x$  座標が 2 であるから,  
 $OB=12a-2$  となる。  
 よって,  

$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \frac{1}{2} \times 4a \times (12a-2) \\ &= 24a^2 - 4a \end{aligned}$$
 一方で,  $\triangle OAB$  の面積が  $28 \text{ cm}^2$  であるから,  
 $24a^2 - 4a = 28$   
 整理して,  
 $6a^2 - a - 7 = 0$   
 これを解いて,  

$$\begin{aligned} a &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-7)}}{2 \times 6} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{1 \pm 13}{12} = \frac{7}{6}, -1 \\ a > 0 \text{ より, } a &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$
 よって, 点 A の座標は  $(2, \frac{14}{3})$ ,  
 点 B の座標は  $(-12, 0)$  となる。  
 直線  $m$  はこの 2 点を通るから,  

$$\frac{14}{3} = 2b + c, \quad 0 = -12b + c$$
 これを解いて,  
 $b = \frac{1}{3}, \quad c = 4$   
 したがって,  
 $a = \frac{7}{6}, \quad b = \frac{1}{3}, \quad c = 4$

(答え)  $a = \frac{7}{6}, \quad b = \frac{1}{3}, \quad c = 4$

[問 3]	$S:T = 24:1$	7
-------	--------------	---

3			点
[問 1]	$\frac{3}{2}$ cm		7
[問 2]	(1)	【 証 明 】	11
<p><math>\triangle ADH</math> と <math>\triangle AFD</math> において、 共通な角により、 <math>\angle DAH = \angle FAD</math> …… ① <math>\angle BAD = \angle CAD = a</math>, <math>\angle CAF = \angle EAF = b</math> とおくと、 <math>\angle BAC + \angle CAE = 180^\circ</math> より、<math>2a + 2b = 180^\circ</math> よって、<math>a + b = 90^\circ</math> …… ② <math>AB \parallel HD</math> より、平行線の錯角は等しいから、 <math>\angle ADH = \angle BAD = a</math> …… ③ <math>\angle ACF = 90^\circ</math> だから、 <math>\angle AFD = 90^\circ - \angle CAF</math> <math>= 90^\circ - b = a</math> (②により) …… ④ よって、③、④より、<math>\angle ADH = \angle AFD</math> …… ⑤ したがって、①、⑤より、 2組の角がそれぞれ等しいから、 <math>\triangle ADH \sim \triangle AFD</math></p>			
[問 2]	(2)	$3\sqrt{5}$ cm <sup>2</sup>	7

4			点
[問 1]	$36\sqrt{2}$ cm <sup>3</sup>		7
[問 2]	AP : BP = 1 : $\sqrt{3}$		7
[問 3]	【 途中の式や計算など 】		11
<p>線分 BS の長さは <math>x</math> cm であるから、線分 AS の長さは <math>(6-x)</math> cm、線分 DT の長さは <math>(6-2x)</math> cm となる。 よって、四角形 ASTD の面積は、 <math display="block">\{(6-2x) + (6-x)\} \times 6 \times \frac{1}{2} = (12-3x) \times 6 \times \frac{1}{2}</math> <math>= 36-9x</math> (cm<sup>2</sup>) となる。 また、四角形 ABCD の対角線 AC の長さは、 <math>6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}</math> (cm) となる。 また、このとき線分 AU の長さは <math>\sqrt{2}x</math> cm である。 <math>\triangle AOC</math> は 3 辺の長さの比から <math>\angle AOC = 90^\circ</math> の 直角二等辺三角形であるから、<math>\angle OAC = 45^\circ</math> となる。 点 U から辺 AC に下ろした垂線と線分 AC との交点を K とすると、<math>\triangle AUK</math> も直角二等辺三角形となり、 <math>\triangle AUK</math> の 3 辺の長さの比より、線分 UK の長さは、 <math display="block">\sqrt{2}x \times \frac{1}{\sqrt{2}} = x</math> (cm) となる。 以上のことから、立体 U-ASTD の体積と立体 E-ASTD の体積は、それぞれ <math display="block">(36-9x) \times x \times \frac{1}{3} = 3x(4-x)</math> (cm<sup>3</sup>) <math display="block">(36-9x) \times 6 \times \frac{1}{3} = 18(4-x)</math> (cm<sup>3</sup>) この体積の和が立体 ABCD-EFGH の体積の <math>\frac{2}{9}</math> 倍と なるから、 <math display="block">3x(4-x) + 18(4-x) = 6^3 \times \frac{2}{9}</math> これを解くと、<math>(x-2)(x+4) = 0</math> となるから、 <math>x = 2, -4</math> となる。 ここで、<math>0 \leq x \leq 6</math> であるから、問題に適するのは、 <math>x = 2</math> のみ。</p>			
(答え)		2	

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4
25	25	25	25

合 計 得 点
100